

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой функционального анализа и операторных уравнений

ka

Каменский М.И.
20.03.2025

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.11 Теория графов и математическая логика

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.03.04 Прикладная математика
 - 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
 - 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
 - 4. Форма обучения:** очная
 - 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
 - 6. Составители программы:** Новиков Игорь Яковлевич, д.ф.-м.н.
 - 7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета, 18.03.2025
Протокол №0500-03
 - 8. Учебный год:** 2025-2026
 - Семестр(ы):** второй

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели освоения учебной дисциплины:

- формирование системы знаний о понятиях и методах математической логики;
- формирование представлений о проблемах оснований математики и роли математической логики в их решении.

Задачи учебной дисциплины:

- познакомить с проблемами оснований математики, путями решения этих проблем и связанными с ними основными результатами математической логики;
- сформировать представления о методе формализации, его роли в уточнении и изучении понятий математического доказательства и аксиоматической теории;
- развить логическое мышление, логическую культуру, логическую интуицию;
- обеспечить теоретическую базу логической составляющей курса математики.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к обязательной части блока 1.Дисциплина(модули).

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Теория графов и математическая логика»:

– курс элементарной математики в рамках школьной программы.

Дисциплина «Теория графов и математическая логика» является необходимой для усвоения учебных курсов по функциональному анализу и компьютерным наукам.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности Владеть навыками: выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 5/180.

Форма промежуточной аттестации: зачёт и экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		№ 2	
Аудиторные занятия	68	68	
в том числе:	лекции	34	34
	практические	34	34
	лабораторные		
Самостоятельная работа	76	76	
Форма промежуточной аттестации (зачёт и экзамен – __ час.)	36	36	
Итого:	180	180	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Комбинаторика.	Правило суммы и правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания, разбиения множества. Биномиальные коэффициенты. Числа Стирлинга первого и второго рода. Принцип включения и исключения. Производящие функции.
1.2	Линейные рекуррентные соотношения.	Характеристический многочлен. Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений. Поиск решения методом производящих функций. Числа Фибоначчи
1.3	Элементы теории графов.	Матричные представления графов. Маршруты, цепи, циклы. Связные компоненты графа. Подграфы. Изоморфизм и гомеоморфизм графов. Операции над графиками. Двудольные графы.. Деревья. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы. Поиск кратчайших путей в ориентированном графе. Раскраска вершин и рёбер графа. Хроматическое число графа.
2. Практические занятия		
2.1	Комбинаторика.	Решение комбинаторных задач
2.2	Линейные рекуррентные соотношения.	Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений
2.3	Элементы теории графов.	Построение матричных изображений графов, определение изоморфности графов, построение изоморфизма графов, построение эйлеровых, гамильтоновых циклов. Решение оптимизационных задач на графах.
3. Лабораторные занятия		

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Комбинаторика.	10	10		24	44
	Линейные рекуррентные соотношения.	12	12		26	50
	Элементы теории графов.	12	12		26	50
	Итого:	34	34		76	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

Самостоятельная учебная деятельность студентов предполагает выполнение следующих заданий:

- 1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1-4 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;
- 2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение домашних заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Яблонский, Сергей Всеолодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика). ISBN 978-5-06-005943-4.
2.	<u>Виленкин, Наум Яковлевич.</u> Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. — М. : ФИМА : МЦНМО, 2006 .— 399, [1] с. : ил. — Библиогр.: с.400 .— ISBN 5-89492-014-0.— ISBN 5-94057-230-8.
3.	<u>Харари, Ф.</u> Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова .— Изд. 3-е, стер. — М. : URSS, 2006 .— 300 с. : ил. — Библиогр.: с.269-286 .— Имен. указ.: с.286-290 .— Предм. указ.: с.293-297 .— ISBN 5-484-00457-8.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	Новиков, Федор Алексеевич. Дискретная математика для программистов : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлению подгот. дипломир. специалистов "Информатика и вычислительная техника" / Ф.А. Новиков. 3-е изд. СПб. [и др.] : Питер, 2008. 383 с. : ил., табл. (Учебник для вузов). ISBN 978-5-91180-759-7.
5.	<u>Лавров, Игорь Андреевич</u> . Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова . — Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004 . — 255 с. — Библиогр.: с.248-249 . — Предм. указ.: с.250-255 . — ISBN 5-9221-0026-2.
6.	<u>Белоусов, Алексей Иванович</u> . Дискретная математика : Учебник для студ. втузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко . — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004 . — 743 с. : ил., табл. — (Математика в техническом университете ; Вып. 19) . — ISBN 5-7038-1769-2 . — ISBN 5-7038-1270-4 : 128.00.
7.	Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2

в)информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1.	Математическая логика /Логика высказываний/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский . — Воронеж, 2015 . — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf >.
2.	Математическая логика /Логика предикатов/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский . — Воронеж, 2015 . — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf >.

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика). ISBN 978-5-06-005943-4.
2.	Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. При проведении занятий в дистанционной форме используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ" (<https://edu.vsu.ru>), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы в сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Комбинаторика.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
2.	Линейные рекуррентные соотношения.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
3.	Элементы теории графов.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт и экзамен				Перечень вопросов к зачету и экзамену

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ, презентаций и проверки домашнего задания. Домашнее задание выполняется каждым студентом самостоятельно и обсуждается на следующем занятии.

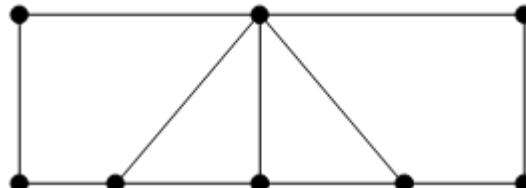
Комплект заданий для контрольной работы № 1

Вариант 1

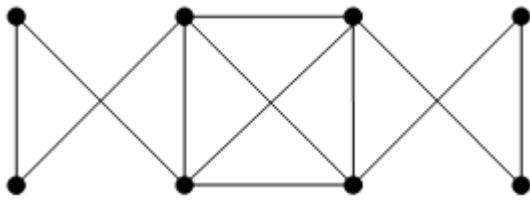
1. Найти общее решение рекуррентного отношения $y_{n+2} - 4y_{n+1} - 21y_n = 12 - 96n$.

2. Найти общее решение рекуррентного отношения $y_{n+2} + y_{n+1} - 20y_n = -14 \cdot 2^n$.

3. Построить рёберный граф к данному, пронумеровав рёбра данного и вершины построенного графов в соответствии.

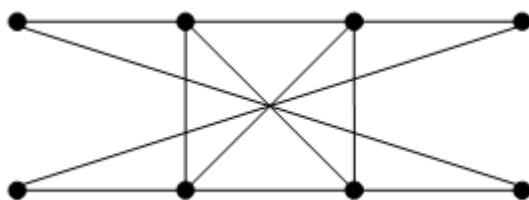


4. Определить является ли граф эйлеровым, если нет, обосновать, если да, построить эйлеровы цикл



Вариант 2

1. Найти общее решение рекуррентного отношения $y_{n+2} + 9y_{n+1} + 14y_n = 72n + 33$.
2. Найти общее решение рекуррентного отношения $y_{n+2} + 7y_{n+1} + 10y_n = 28 \cdot 2^n$.
3. Построить гамельтонов цикл графа



4. Определить являются ли графы изоморфными, если нет, обосновать, если да, привести пример изоморфизма



20.2 Промежуточная аттестация

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дискретной математики;
- 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
- 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики	Повышенный уровень	Отлично

<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.</i>	Базовый уровень	Хорошо
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем</i>	Пороговый уровень	Удовлетворительно
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки</i>	–	Неудовлетворительно

Перечень вопросов к экзамену:

1. Определение графа (ориентированного и неориентированного);
2. Определение геометрической реализации графа;
3. Определение изоморфизма графов;
4. Определение операции подразделения ребра;
5. Определение гомеоморфизма графов;
6. Определение теорема о полоской реализации графа;
7. Определение смежных вершин и рёбер;
8. Определение инцидентности;
9. Определение матрицы инцидентностей графа и орграфа;
10. Матрицы смежности графа и орграфа;
11. Определение подграфа, частичного графа и частичного подграфа;
12. Определение нуль-графа и полного графа;
13. Определение составного простого и элементарного пути;
14. Определение составного простого и элементарного контура;
15. Определение составной простой и элементарной цепи;
16. Определение составного простого и элементарного цикла;
17. Определение связности и сильной связности графа;
18. Определение компоненты связности;
19. Определение произведения, суммы, объединения и пересечения графов;
20. Определение мультиграфа;
21. Определение цикломатического числа графа;
22. Определение вектор-цикла;
23. Определение независимых циклов
24. Определение хроматического числа графа;
25. Определение хроматического класса графа;
26. Определение степени вершины графа;
27. Эйлерового цикла;
28. Гамильтонового цикла.

29. Сформулировать и доказать теорему о реализации любого графа в \mathbb{R}^3 ;
30. Сформулировать и доказать теорему о связи изоморфизма графов с их матрицами инциденций;
31. Сформулировать и доказать теорему о связи изоморфизма графов с их матрицами смежностей;
32. Сформулировать и доказать теорему об изменении цикломатического числа при добавлении ребра в мультиграф и её следствие;
33. Сформулировать и доказать теорему о связи цикломатического числа графа с независимыми циклами и её следствия;
34. Сформулировать и доказать теорему о связи цикломатического числа графа с независимыми контурами;
35. Сформулировать и доказать теорему Кёнига о бихроматическом графе;

36. Сформулировать и доказать утверждение о числе вершин в графе (без кратных рёбер) и о числе вершин с нечётной степенью;
37. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условии существования эйлерового цикла;

Перечень заданий для зачета

1. В соревновании по гимнастике участвуют 10 человек. Трое судей должны независимо друг от друга перенумеровать их в порядке, отражающем их успехи в соревновании по мнению судей. Победителем считается тот, кого назовут первым хотя бы двое судей.

В какой доле случаев соревнования победитель будет определен?

2. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по 4 человека в каждой команде, если в каждой команде должно быть хотя бы по одному юноше?

3. Автобусу, в котором находится 11 пассажиров, предстоит сделать 5 остановок. Сколькими способами могут распределиться пассажиры между этими остановками?

4. В почтовом отделении продаются открытки 12 сортов. Сколькими способами можно купить в нем 10 открыток?

5. В купе железнодорожного вагона имеется два противоположных дивана по 5 мест в каждом. Из 10 пассажиров четверо желают сидеть лицом к паровозу, я трое — спиной к паровозу, остальным трем безразлично, как сидеть. Сколькими способами могут разместиться пассажиры?

6. Сколькими способами можно выбрать из 16 лошадей шестёрку для запряжки так, чтобы в неё вошли 3 лошади из шестёрки $ABC'A'B'C'$, но не вошли не одна из пар AA' , BB' , CC' ?

7. Автомобильные номера состоят из одной, двух или трех букв и четырех цифр. Найти число таких номеров, если используются 32 буквы русского алфавита.

8. Несколько человек садятся за круглый стол. Будем считать, что два способа рассадки совпадают, если каждый человек имеет одних и тех же соседей в обоих случаях. Сколькими различными способами можно посадить семь человек?

9. Имеется 3 курицы, 4 утки и 2 гуся. Сколько имеется комбинаций для выбора нескольких птиц так, чтобы среди выбранных были и куры, и утки, и гуси?

10. Сколькими способами можно составить из 9 согласных и 7 гласных слово, в которое входят 4 различных согласных и 3 различных гласных? Во скольких из этих слов никакие две согласные не стоят рядом?

11. . Сколькими способами можно переставить буквы в слове «кофеварка» так, чтобы гласные и согласные буквы чередовались?

12. Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 20 два числа так, чтобы их сумма была нечетной?

13. Сколько различных десятизначных чисел можно написать, пользуясь лишь цифрами 1, 2, 3, при дополнительном условии, что цифра 3 используется в каждом числе ровно два раза? Сколько из написанных чисел делится на 9?

14. На каждом борту лодки у весел должны сидеть по 4 человека. Сколькими способами можно выбрать команду для этой лодки, если есть 31 кандидат, причем 10 человек хотят сидеть на левом борту лодки, 12 — на правом, а для 9 безразлично, где сидеть?

15. У мужа 12 знакомых — 5 женщин и 7 мужчин, а у жены — 7 женщин и 5 мужчин (иные, чем у мужа). Сколькими способами можно составить компанию из 6 мужчин и 6 женщин так, чтобы 6 человек пригласил муж и 6 — жена?

16. Сколькими способами можно выбрать 12 человек из 17, если среди них есть двое, которых нельзя выбирать вместе?

17. Сколькими способами можно выбрать из 15 человек группу людей для работы, если в группу могут входить от 5 до 15 человек?

18. У Паши 7 друзей. В течение недели он приглашает их к себе по 3 обедать, причем компании не повторяются. Сколькими способами он может составить расписание обедов так, чтобы никакие два друга не встретились у него более одного раза?

19. Во скольких шестизначных числах есть 3 четные и 3 нечетные цифры, если не допускаются «шестизначные» числа, начинающиеся с нуля?

20. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 123 153?

21. Сколькими способами можно выбрать из натуральных чисел от 1 до 30 три натуральных числа так, чтобы их сумма была четной?

22. Сколько способами можно переставлять буквы слова «пастухи» так, чтобы и гласные, и согласные шли в алфавитном порядке?

23. Сколько способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черных полях шахматной доски?

24. Клетки шахматной доски раскрашиваются в 8 цветов так, что в каждом горизонтальном ряду встречаются все 8 цветов, а в каждом вертикальном ряду не встречаются подряд две клетки одного цвета. Сколько способами возможна такая раскраска?

25. Из колоды в 52 карты двое выбирают по 4 карты каждый. Сколько возможно различных выборов?

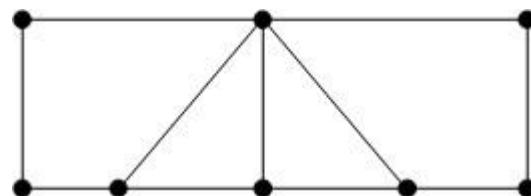
26. Сколько способами можно переставлять буквы слова «Абакан» так, чтобы согласные шли в алфавитном порядке?

27. Сколько способами 6 человек могут выбрать из 6 пар перчаток по правой и левой перчатке так, чтобы ни один не получил пары?

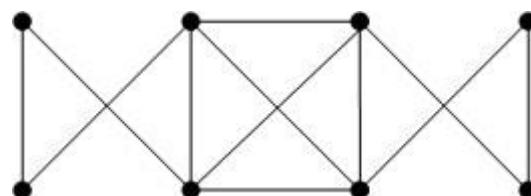
28. Сколько неотрицательных целых чисел, меньших 1 000 000, содержат все цифры 1, 2, 3, 4?

29. Сколько способами можно выбрать из слова «логарифм» две согласных и одну гласную букву?

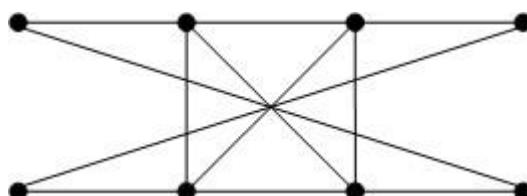
30. Построить рёберный граф к данному, пронумеровав рёбра данного и вершины построенного графов в соответствии.



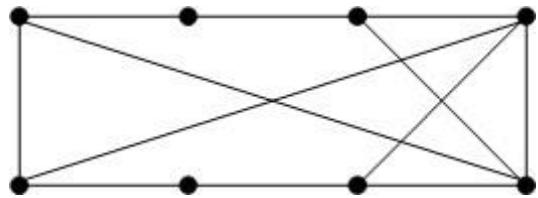
31. Определить является ли граф эйлеровым, если нет, обосновать, если да, построить эйлеровий цикл



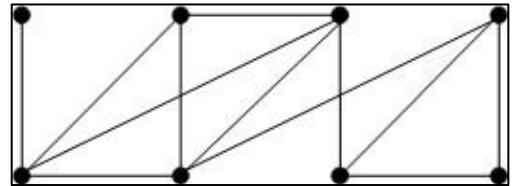
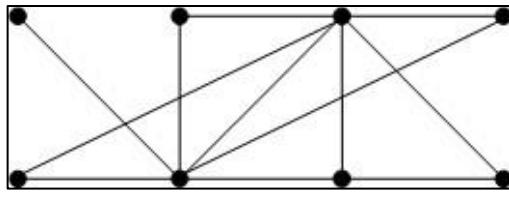
32. Построить гамельтонов цикл графа



33. Пронумеровать вершины графа в произвольном порядке и выписать матрицу смежностей



34. . Определить являются ли графы изоморфными, если нет, обосновать, если да, привести пример изоморфизма



20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) Установите соответствие между законом алгебры логики и выражением, его определяющим.

- | | |
|---------------------------|---|
| 1. Закон коммутативности | a. $A \text{ или } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ или } B) \text{ и } (A \text{ или } C)$ |
| 2. Закон дистрибутивности | b. $\text{не } (A \text{ или } B) \Leftrightarrow (\text{не } A) \text{ и } (\text{не } B)$ |
| 3. Закон ассоциативности | c. $A \text{ и } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \text{ и } C$ |
| 4. Закон де Моргана | d. $A \text{ или } (A \text{ и } B) \Leftrightarrow A$ |
| | e. $A \text{ или } B \Leftrightarrow B \text{ или } A$ |

Ответ: 1. \Leftrightarrow e.; 2. \Leftrightarrow a.; 3. \Leftrightarrow c.; 4. \Leftrightarrow b.

Решение.

$A \text{ или } B \Leftrightarrow B \text{ или } A$ - закон коммутативности дизъюнкции,

$A \text{ или } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ или } B) \text{ и } (A \text{ или } C)$ – закон дистрибутивности, дизъюнкции относительно конъюнкции,

$A \text{ и } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \text{ и } C$ – закон ассоциативности конъюнкции,

$\text{не } (A \text{ или } B) \Leftrightarrow (\text{не } A) \text{ и } (\text{не } B)$ – закон де Моргана,

$A \text{ или } (A \text{ и } B) \Leftrightarrow A$ – закон поглощения,

2) Пусть даны высказывания: A - «число n делится на 2», B - «число n делится на 3», C - «число n делится на 6». Сопоставить следующие высказывания с их формализованной записью.

1. Если число n делится на 2 и делится на 3, то число n делится на 6.
2. Если число n не делится на 2, но делится на 3, то число n не делится на 6.
3. Если неверно, что число n делится на 2 или на 3, то число n не делится на 6.
4. Если число n делится на 6, то число n делится на 3.
 - a. $(\text{не } A) \text{ или } B \Rightarrow (\text{не } C)$.
 - b. $A \text{ и } B \Rightarrow C$.
 - c. $(\text{не } A) \text{ или } (\text{не } B) \Rightarrow (\text{не } C)$.
 - d. $(\text{не } A) \text{ и } B \Rightarrow (\text{не } C)$.
 - e. $\text{не } (A \text{ или } B) \Rightarrow (\text{не } C)$.
 - f. $C \Rightarrow B$.

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow d.; 3. \leftrightarrow e.; 4. \leftrightarrow f.

Решение.

$A \text{ и } B \Rightarrow C$: Если число n делится на 2 и делится на 3, то число n делится на 6.

$(\text{не } A) \text{ и } B \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2, но делится на 3, то число n не делится на 6.

$\text{не } (A \text{ или } B) \Rightarrow (\text{не } C)$: Если неверно, что число n делится на 2 или на 3, то число n не делится на 6.

$C \Rightarrow B$: Если число n делится на 6, то число n делится на 3.

$(\text{не } A) \text{ или } B \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2 или делится на 3, то число n не делится на 6.

$(\text{не } A) \text{ или } (\text{не } B) \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2 или не делится на 3, то число n не делится на 6.

3) Установите соответствие между названием логической операции и её словесным выражением.

a. если ... то

1. Конъюнкция

b. и

2. Дизъюнкция

c. не

3. Импликация

d. тогда и только тогда, когда

4. Отрицание

e. или

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow e.; 3. \leftrightarrow a.; 4. \leftrightarrow c.

Решение.

и – конъюнкция,

или – дизъюнкция,

если ... то – импликация,

не – отрицание,

тогда и только тогда, когда – двойная импликация.

4) Установите соответствие между логически эквивалентными высказываниями.

1. $A \Rightarrow B$.

c. $(A \Rightarrow B) \text{ и } (B \Rightarrow A)$.

2. $B \Rightarrow A$.

d. $(\neg A) \Rightarrow (\neg B)$.

3. $A \Leftrightarrow B$.

e. $(\neg A) \text{ или } B$.

4. $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$.

a. $(\neg A) \text{ и } B$.

b. $(A \text{ и } B) \Rightarrow C$.

Ответ: 1. \Leftrightarrow e.; 2. \Leftrightarrow d.; 3. \Leftrightarrow c.; 4. \Leftrightarrow b.

Решение.

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((\text{не } A) \text{ или } B)$$

$$(B \Rightarrow A) \Leftrightarrow ((\text{не } A) \Rightarrow (\text{не } B))$$

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \text{ и } (B \Rightarrow A))$$

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \Rightarrow C$$

Логическую эквивалентность нетрудно проверить с помощью таблиц истинности.

5) Установите соответствие между утверждением и верной записью его отрицания через кванторы.

1. Функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 .

2. Функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$.

3. Функция $f(x)$ равномерно непрерывна на отрезке $[a,b]$.

a. $\forall(x_0 \in [a,b]) \forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$

b. $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$

c. $\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$

d. $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x_1, x_2 \in [a,b] : |x_1 - x_2| < \delta) [|f(x_1) - f(x_2)| \geq \varepsilon]$

e. $\exists(x_0 \in [a,b]) \exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$

f. $\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x_1, x_2 \in [a, b] : |x_1 - x_2| < \delta) [|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon]$

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow e.; 3. \leftrightarrow d.

Решение.

1. Функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 ; запись в кванторах

$\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$.

2. Функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$; запись в кванторах

$\forall(x_0 \in [a, b]) \forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(x_0 \in [a, b]) \exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$.

3. Функция $f(x)$ равномерно непрерывна на отрезке $[a, b]$; запись в кванторах

$\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x_1, x_2 \in [a, b] : |x_1 - x_2| < \delta) [|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x_1, x_2 \in [a, b] : |x_1 - x_2| < \delta) [|f(x_1) - f(x_2)| \geq \varepsilon]$.

6) Верно, что логическую функцию $A | B = \text{не}(A \text{ и } B)$ называют стрелкой Пирса?

Ответ: неверно.

Решение. Эту операцию называют штрих Шеффера, а стрелкой Пирса называют $A \downarrow B = \text{не}(A \text{ или } B)$.

7) Верно ли, что логическая формула $(A | B) | (A | B)$ эквивалентна конъюнкции $A \text{ и } B$?

Ответ: верно.

Решение. $A \text{ и } B \Leftrightarrow \overline{\overline{A} \text{ и } \overline{B}} \Leftrightarrow \overline{A | \overline{B}} \Leftrightarrow (A | B) | (A | B)$.

8) Верно ли, что логическая формула $(A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$ эквивалентна дизъюнкции $A \text{ или } B$?

Ответ: верно.

Решение. $A \text{ или } B \Leftrightarrow \overline{\overline{A} \text{ или } \overline{B}} \Leftrightarrow \overline{A \downarrow B} \Leftrightarrow (A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$.

9) Верно ли, что ограниченный квантор $\forall(x: A(x))B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\forall(x)[A(x) \Rightarrow B(x)]$?

Ответ: верно.

Решение. Верно по определению.

10) Верно ли, что ограниченный квантор $\exists(x: A(x))B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\exists(x)[A(x) \Rightarrow B(x)]$?

Ответ: неверно.

Решение. Ограниченнный квантор $\exists(x: A(x))B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\exists(x)[A(x) \text{ и } B(x)]$, который не эквивалентен $\exists(x)[A(x) \Rightarrow B(x)]$, поскольку конъюнкция не эквивалентна импликации.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).